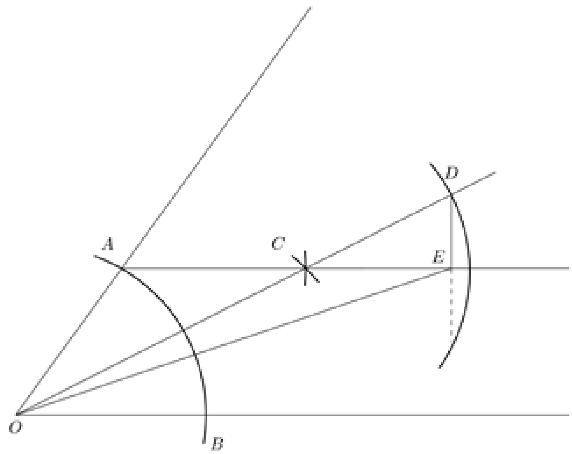
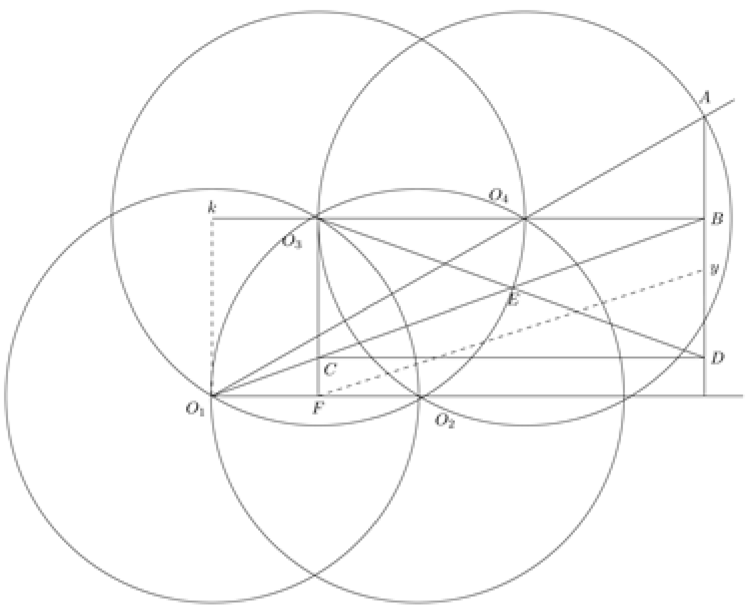
АХМЕДОВ САПАРБАЙ АРЗИМБАЕВИЧ



БУРЧТУН ТРИСЕКТРИСАСЫ ЖАНА КУБДУ ЭКИ ЭСЕЛЕНТҮҮ



Кочкор Ата шаары
2025 ж.

Ахметов Сапарбай Арзимбаевич

- 1949-жылы 20-февралда Жалал-Абад областынын Ноокен районуна караштууМомбеков айыл округунда туулган.
- 1966-жылы Ноокен районундагы Ж.Турусбеков атындагы №16-орто мектебин аяктаган.
- 1967-жылы Ош Мамлекеттик Педагогикалык Институтунун Физика-Математикалык Факултетине кирип аны 1971-жылы аяктаган, ”орто мектептердин математика мугалими ” деген адистик алган.
- 1971-97 жылдар аралыгында Ноокен районунун мектептеринде математика мугалими,окуу тарбия иштери боюнча директордун орун басары,тарбия иштери боюнча директордун орун басары,райондук билим берүү бөлүмүнүн инспектор-методисти,мектеп директору болуп иштеген.
- 1997-2005 жылдары райондук билим берүү бөлүмүнүн башчысы болуп иштеген.
-1995 жылы Кыргыз Улуттук Университетинин атайын факультеттин артыкчылык диплому менен аяктап, ”менеджер-укукчу” адистигин алган.
- 2006-жылдан баштап «Кыргызнефтегаз» ачык акционердик коомунун суу менен камсыздоо участогунда инженер болуп иштеп келүүдө.
- үй бүлөөлү 5 баланын атасы.
- иштен тышкары мезгилде математикалык маселелерди чыгаруу, тарыхый адабияттарды окуу жана чарба иштери менен алектенгенди жактырат.
-2010 жылы мындан 2500 жыл мурда Грек матиматиктери тарабынан коюлуп, ушул мезгилге чейин чыгарылышы жок делип келинген түзүүгө берилген эки классикалык маселени: Сызгыч жана циркулдун жардамы менен бурчтун трисектрисасын түзүү жана кубду эки эселентүү маселелерин чыгарып кыргызпатенттин күбөлүгүн алган.

Бурчтун трисектрисасы жана кубту эки эселентүү

Бурчтун трисектрисасын сызгыч жана циркульдун жардамы менен түзүү.

Математикада озүнүн коюлушу жагынан жөнөкөй болгон, бир көргөн кишини бир чыгарып көрсөм окшойт деген ойго салып, өзүнө тартып турган маселелер көп. Мындай маселелерге байыркы грек математиктери тарабынан болжол менен биздин заманга чейин 500-жылдары коюлган «Кубду эки эселентүү», «Бурчтун трисектрисасы», «Тегеректин квадратурасы» жөнүндөгү классикалык маселелерди кошууга болот.

Маселенин өзгөчөлүгү анын жөнөкөйлүгүндө, бирок аны сызгыч жана циркулдун жардамы менен гана түзүү керектиги ичине чечилбес сыр катып тургандыгынан кабар берет.

Ушул маселелердин бири болгон бурчтун трисектрисасын сызгыч жана циркулдун жардамы менен түзүү жөнүндө сөз кылалы.

Маселе кандай зарылчылыктан коюлгандыгы жөнүндө легендалар деле жок, тек кана архитектуранын маселелерин чечүүгө байланыштуу деп айтылат. Айтпаган күндө да бурчту экиге, үчкө, ж.б. каалаган бөлүккө барабар кылып бөлүү, болгондо да жөнөкөй куралдар болгон сызгыч жана циркулдун жардамы менен гана бөлүү маселесинин коюлушу табыйгый эмеспи.

Маселедеги адамды өзүнө тартып, сыйкырлап турган бир жагдай анын 2500 жыл ичинде чечиминин табылбагандыгы да болсо керек.

Бул маселени чыгарууга көптөгөн дүйнөгө аты белгилүү болгон окумуштуулар аракет жасашкан,алар түрдүү ыкмалар менен чыгарылыштарын да табышкан,бирок сызгыч жана циркулдун жардамы менен гана түзүүнү эч кимиси таба алган эмес.

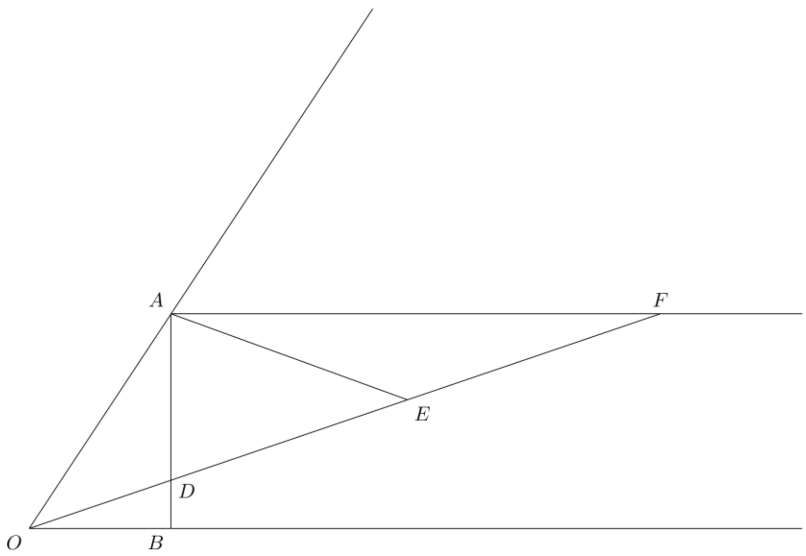
Кийинки жүз жылдыкта гана маселеге кызыгуу солгундап кеткенин эсепке албаганда, байыркы грециалык окмуштуулардан азыркыларга чейин кызыгуу абдан чон болгон. Атап айтканда байыркы грек математиктери Папп Александрийский, Менехн, Никомед, Гиппей, Аристотель ж.б. Ошондой эле кийинчерээк Франсуа Виет, Рене Декарт, Исаак Ньютон, Эттен Паскаль жана башкалар өз салымдарын кошушкан.

Жеңиши жок убара тарткан маселени чыгардым дегендердин саны көбөйгөндөн көбөйүп отургандыктан, алардын убактылары бекер убарагерчиликте өтпөсүн дешип, 1775-жылы Париж Академиясы бул темадагы материалдар каралбасын деп чечим чыгарат.

1837-жылы франциялык математик Петр Лоран Венцель бул уч маселени сызгыч жана циркулдун жардамы менен түзүүгө мүмкүн эмес экендигин далилдейт. Ошондон кийин бул маселеге кызыгуу төмөндөп кетет, ал гана эмес бул маселелер менен иштеп жаткандарды да онтойсуз абалга коет.

Байыркы грек окумуштуулары маселени чыгаруу үчүн өз ара перпендикуляр болгон эки түздүн арасына берилген чекит аркылуу өтүүчү берилген узундуктагы кесиндини коюу керек дешкен.

Атап айтканда бурчтун трисектрисанын түзүү төмөнкүдөй шартты канааттандырышы керек.

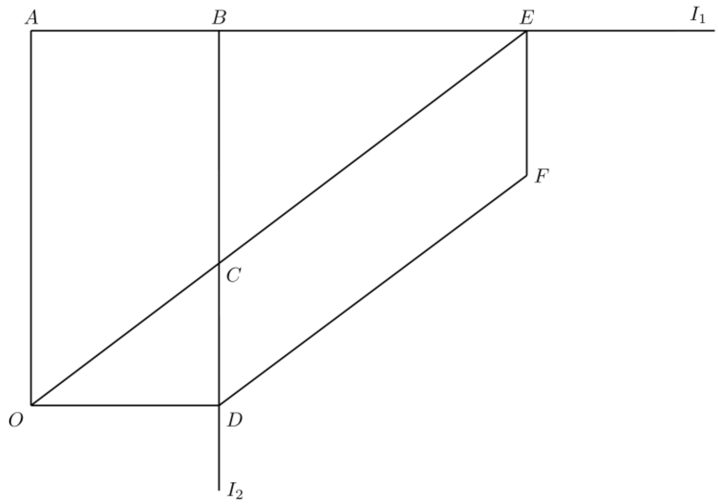


1-чийме

Мейли 0< $\widehat{AOB}$ <180° болгон бурч болсун, (1-чийме) OA жагынан каалагандай A чекитин белгилейбиз, A чекитинен OB жагына AB перпендикулярын түшүрөбүз. Эгерде O чекити аркылуу өткөндөй кылып DF=2·OA болгон DF кесиндисин AB жана AFоз ара перпендикуляр болгон түздөрүнүн арасына койо алсак, $\angle FOB=\frac{1}{3}\angle AOB$ болот.

Чындыгында эле мейли E чекити DF кесиндисинин ортосу дейли, анда ΔAEF-тең капталдуу болгондугуна байланштуу жана Δ OAE тең капталдуулугуна байланштуу ∠AOE=2· ∠DOB болот, андай болсо $\angle FOB=\frac{1}{3}\angle AOB$, башкача айтканда OF кесиндиси AOB бурчунун трисектрисасы болот.

Папп Александрийский бул маселени төмөндөгүдөй чыгарган: Анын айтымында уландысы O чекитинен өтүүчү берилген узундуктагы CE кесиндисин оз ара перпендикуляр болгон I1 жана I2 сызыктарынын арасына коюу маселеси айлана жана гиперболанын кесилиши болгон F чекитин түзүүгө келтирилет.



2-чийме

OABD тик бурчтугун карайлы (2-чийме), анын AB жагы жаткан түздү I1, түз сызыгы, ал эми BD жагы жаткан түздү I2 түз сызыгы дейли, OE кесиндисинин I1 жана I2 түздөрүнүн арасына камалган бөлүгү CE берилген кесиндиге барабар болсун, CDE үч бурчтугун

CDFE параллелограммына толуктап түзөбүз,изделип жаткан OE кесиндисин түзүү үчүн F чекитин түзсөк, DF ке параллель кылып OE кесиндисин түзүүгө болот.

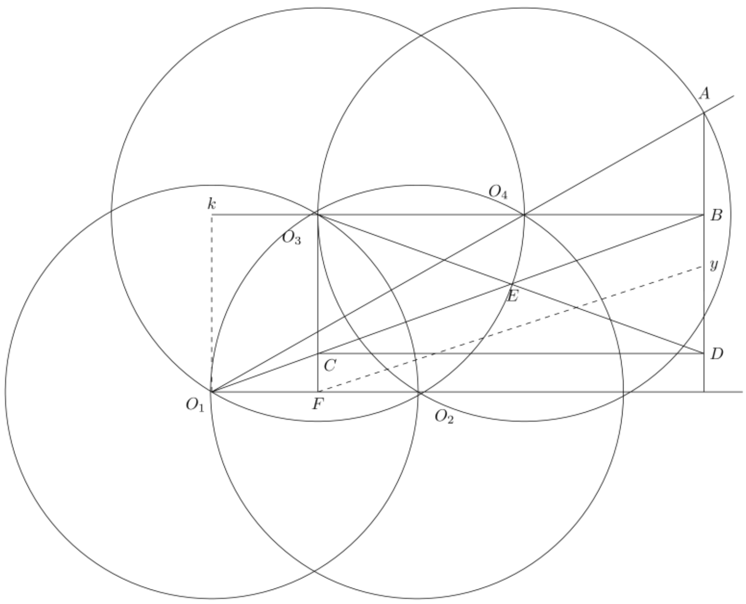
Δ OAE ~ ΔOCD ошондуктан OA:CD=AE:OD OA ·OD=CD·AE OA·OD=AE·EF б.а. EA·EF=SOABD, бул деген F чекити гиперболада жата тургандыгын далилдейт. Эгерде X, У октору AE жана AO багытын алса xy=SOABD тендемеси менен аныкталат.

Ошондой эле F чекити D чекитинен берилген аралыкта жайгашкандыктан айланада да жатат.

Ошентип Папп Александрийскийдин айтканы боюнча өз ара перпендикуляр болгон түздөрдүн арасына өзү же уландысы белгилүү бир чекит аркылуу өтүүчү жана белгилүү узундуктагы кесиндини коюу үчүн айлана менен гиперболанын кесилишин түзүү керек экен, бирок бул түзүүнү башкача айтканда гиперболаны сызгыч жана циркулдун жардамы менен түзүүгө болбойт.

Балким экинчи чиймедеги F чекитин түзбөй эле бурчтун трисектрисасын түзүүгө мүмкүн болуп жүрбөсүн?

Ал үчүн төмөндөгүдөй түзүүлөрдү аткаралы



(3 чийме)

Мейли 0∠O3 O1 O2 ∠180° болгон O3 O1 O2 бурчу берилген болсун. Азырынча O3 O1 O2 бурчу тар болгон учуруна токтололу. (3-чийме)
Башкача айтканда төмөндөгү түзүүлөрдү аткаралы:

1.O1 O2 = R деп белгилеп, борбору O1 радиусу O1 O2 = R болгон айлана сызабыз. Мейли ал айлана O1 O3 жагын O 3 чекитинен кесип өтсүн дейли.

2.Борбору O2 жана O 3 болгон, ал эми радиусу R болгон эки айлана сызабыз.
Бул эки айлана O1 чекитинен тышкары дагы O4 чекитинде кесилишсин дейли.

3. O3O 4 түз сызыгын жүргүзөбүз. Анда O3O 4 II O1 O2 болот себеби алар O1 O3 O4 O2 ромбусунун карама-каршы жактары болушат.

4. Борбору O 4 радиусу R болгон дагы бир айлана сызабыз.

5. O 3 чекитинен O1 O2 түзүнө перпендикуляр түшүрөбүз. Мейли ал перпендикуляр O1 O2 түзүнүн F чекитине түшсүн дейли.

6. O1 O4 шооласын жүргүзөбүз. Анда ал шоола биринчиден O3 O1 O2 бурчун биссектрисасы болот, экинчиден борбору O4 радиусу R болгон айлананы эки жеринен кесип өтөт. Мейли анын кесип өтөн чекиттеринин O1 чекитине жакын чекитин биринчи, ал эми O1 чекитинен алыс жайгашканын экинчи деп шарттуу түрдө белгилеп алсак, экинчи чекити A болсун дейли.

7. A чекитинен O3 O4 түзүнө перпендикуляр түшүрөбүз. Мейли ал перпендикуляр O3 O4 түзүнүн B чекитине түшсүн дейли. Анда AB $\perp$ O3 B болот. Анда O1 B шооласы O3 O1 O2 бурчунун трисектрисасы болот.

КАНТИП ЭЛЕ? - деген суроо болушу табигый, анткени бурчтун трисектрисасын сызгыч жана циркулдун жардамы менен түзүүгө мүмкүн эмес экендиги далилденген эмес беле? Окумуштуулар аракет кылышып, чыгарыша албай келген маселе ушунтип оңой эле чыгып калабы?

Анда далилдеп көрөлү.

Ал үчүн O1 B менен O3 F тин кесилиш чекитин C дейли да, C чекитинен O1 O2 түзүнө параллель түз жүргүзөлү, ал түз CD түзү болсун, мында D чекити AB түзү менен CD түзүнүн кесилиш чекити болот.

Натыйжада C O3 BD тик бурчтугун алабыз.

Тик бурчтуктун диогоналдары CB жана O3 D, E чекитинде кесилишет, демек ал жерде алар тең экиге да бөлүнүшөт, алар барабар да болушат, ошондой эле ΔO3 EB жана Δ O1 O3 E тең капталдуу үч бурчтуктар болушат.

Демек O 3 E=R болгондуктан CO3 BD тик бурчтугунун диагоналы диаметрге барабар болот.

Демек биз сызгыч жана циркулдун жардамы менен өз ара перпендикуляр болушкан O3 F жана O3 B сызыктарынын арасына узундугу диаметрге барабар болгон CB кесиндисин,анын улантысы берилген O1 чекити аркылуу откондой кылып коё алдык.Анткени C чекити O1 B шооласында жатат.

2-чиймедеги Папп Александрийский айлана жана гиперболанын кесилиши катары аныктаган F чекитинин ордунда 3-чиймеде X чекити болуп турат. Чындыгында эле ΔO1 KB ~ ΔO1CF

O1 K:FC=KB: O1 F $\Rightarrow$ O1 K$\cdot$ O1 F=FC$\cdot$KB

FC $\cdot$KB=SO1 KO3 F

Демек X чекити гиперболада жатат, ошондой эле F чекитинен 2R аралыкта болгондуктан,айланада да жатат.

Демек биз жогоруда белгилегендей X чекитин түзбөй эле өз ара перпендикуляр болушкан O3 B жана O3 F түздөрүнүн арасына узундугу диаметрге барабар болгон CB кесиндисин улантысы O1 чекити аркылуу өткөндөй кылып, сызгыч жана циркульдун жардамы менен койдук.

Δ O3 EB жана ΔO1 O3 E лер тен капталдуу жана жандаш үч бурчтуктар экендиктеринен

ΔO3 B E де $\angle$O3 B E = $\angle$B O3 E, Δ O1 O3 E де $\angle$O3 E O1 = $\angle$O3 O1E

$\angle O_3 B E + \angle B O_3 E = \angle O_3 E O_1 = \angle O_3 O_1 B$ болот.

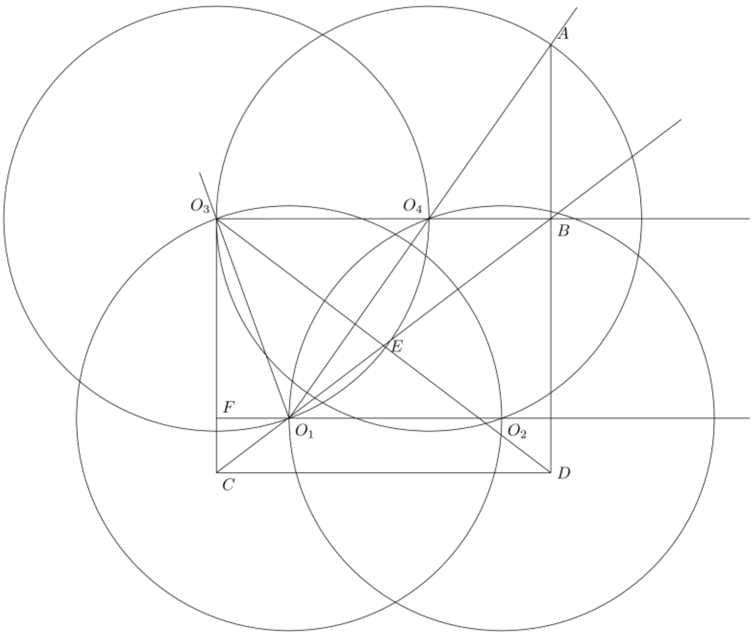
Демек $\angle O_3 O_1 B = 2 \angle O_3 B O_1$ болот.

Андай болсо, $\angle O_3 O_1 O_2 = \angle O_3 O_1 B + \angle B O_1 O_2 = 2\angle O_3 B O_1 + \angle B O_1 O_2$ болот

$\angle O_3 B O_1 = \angle B O_1 O_2$ болгондуктан $\angle O_3 O_1 O_2 = 3 \angle B O_1 O_2$ болот. Мындан $\angle B O_1 O_2 = 1/3 \angle O_3 O_1 O_2$ болот.

Демек чындыгында $O_1 B$-шооласы $O_3 O_1 O_2$ бурчтун трисектрисасы экендиги ушуну менен далилденди.

Берилген бурч кең бурч болгон учурда да түзүү жогорудагыдай эле аткарылат. (4- чиймени карагыла)

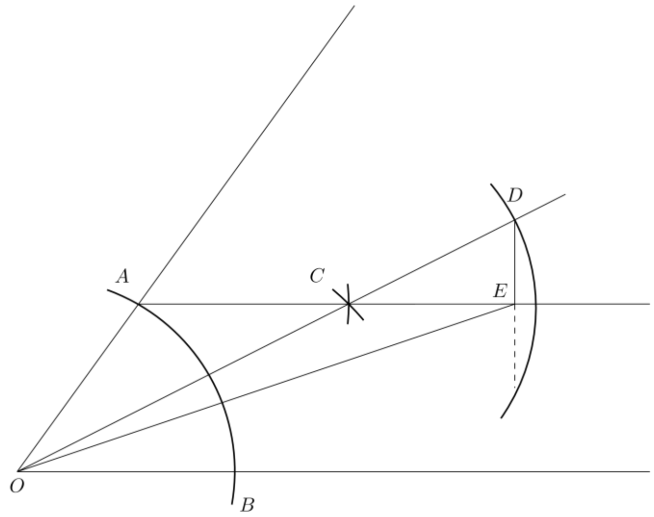


4-чийме

Демек сызгыч жана циркульдун жардамы менен О < ˅< 180° болгон бурчтардын трисекциясын түзүүгө болот.

Мындан нары илимий адабияттарда жана окуу жайларынын окуучулары үчүн жазылган окуу куралдарында бурчтун трисекциясын сызгыч жана циркулдун жардамы менен түзүүгө боло тургандыгын белгилөө менен аны кантип оңойураак түзүү керек деген да суроо пайда болот.

Ошондуктан 3-чиймедеги далилдөө үчүн керек болгон айрым сызыктарын алып таштасак бурчтун трисекциясын төмөндөгүчө түзүүгө болоор эле.



5-чийме

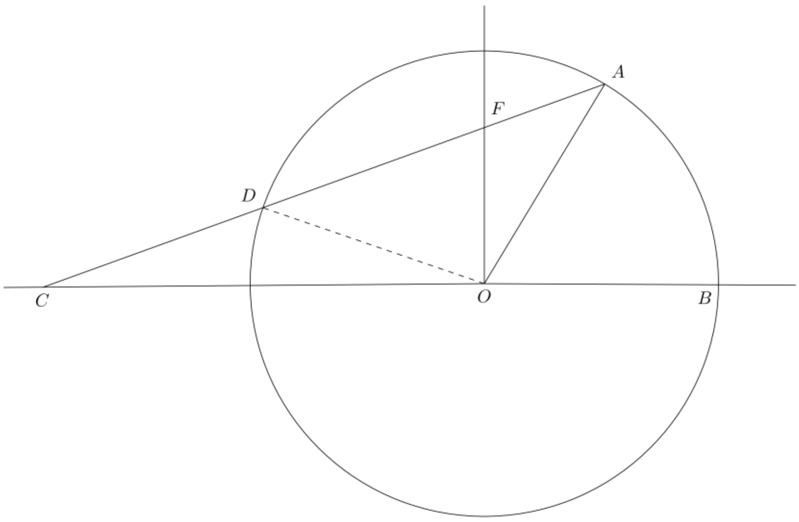
Мейли АОВ бурчу берилген болсун дейли (5-чийме)

1. Борбору О болгон, радиусу R=OA=OB болгон. АВ жаасын сызабыз.
2. Борбору А жана В чекиттери болгон, радиусу R болгон жана бири бири менен кесилишкен эки жаа сызабыз. Алар С чекитинде кесилишсин дейли.
3. ОС шооласын, башкача айтканда АОВ бурчунун биссектрисасын жүргүзөбүз.
4. Борбору С радиусу R болгон айлананын жаасы менен ОС биссектрисасынын уландысы кесилишкендей кылып жаа сызуу керек.
5. (C;R) айланасынын жаасы менен ОС биссектрисасынын уландысынын кесилишкен D чекитинен АС түзүнүн уландысына перпендикуляр түшүрүү керек. Перпендикулярдын негизин Е чекити десек, DE $\perp$ AE болот.
6. ОЕ шооласы АОВ бурчунун трисекциясы (трисектрисасы) болот б.а. $\angle$EOB=1/3$\angle$AOB болот.

В.В.Прасоловдун «Түзүүгө берилген үч классикалык маселелер» деген эмгегинде Архимедге тиешелүү болгон төмөнкү түзүүнү келтирет. Анын сунуш кылган чечиминде берилген узундуктагы кесиндини түз сызык менен айлананын арасына уландысы берилген чекиттен өткөндөй кылып коюу керек болот.

Атап айтканда 6-чиймедеги (O;OA) айланасы менен OB түзүнүн арасына узундугу OAга барабар болгон CD кесиндисин, анын уландысы А чекити аркылуу өткөндөй кылып, коюу керек.

Мейли бизге АОВ бурчу берилген болсун дейли.(6-чиймени кара)



6-чийме

Чындыгында эле анда ACO үч бурчтугунда $\angle CAO+\angle ACO=\angle AOB$ мында $\angle CAO=2\angle ACO$ демек $2\angle ACO+\angle ACO=3\angle ACO$ болгондуктан,

$\angle ACO=1/3\ \angle AOB$ болот.

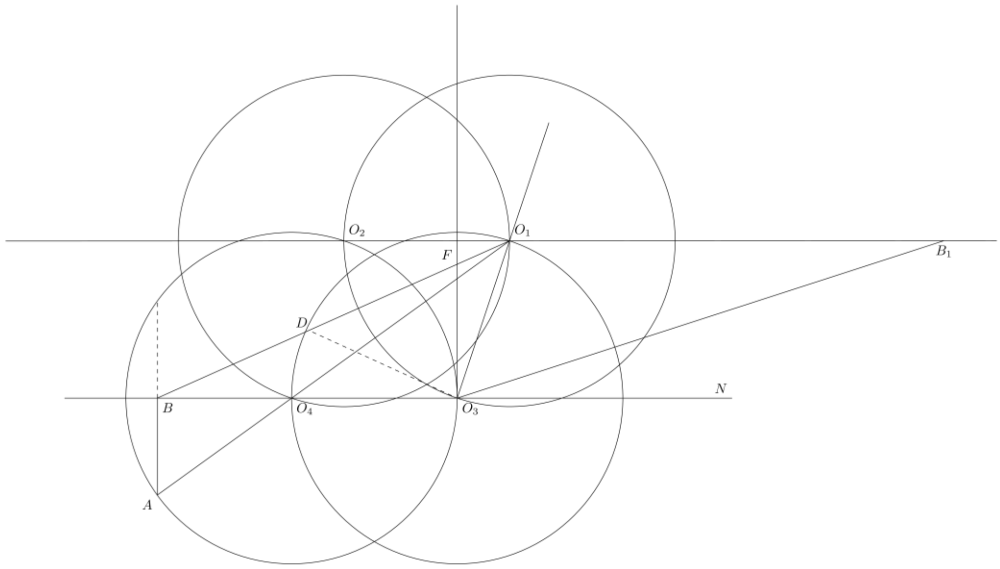
Бул түзүүнү аралыгы радиуска барабар болгон эки белгиси бар сызгычты пайдаланып түзүүгө болот.

Бирок, Архимеддин бул түзүүсүн бир азга өзгөртүү менен сызгычтагы эки белгинин аралыгы радиустун узундугуна эмес диаметрдин узундугуна барабар болгон эки белгиси бар сызгычтын жардамы менен түзсө боло тургандыгын В.В.Прасолов төмөнкүчө сунуштайт.

Ал үчүн 6-чиймедеги CB түзүнүн O чекитине $CB \perp OF$ перпендикулярын тургузабыз. Ошондо пайда болгон CFO үч бурчтугу тик бурчтуу үч бурчтук болот, D чекити болсо, гипотенузанын ортосунда жатат. Ошондой эле гипотенуза өзу CA түзүндө жатат.

Демек AOB бурчунун трисекциясын түзүү үчүн өз ара перпендикуляр болушкан CO жана OF түздөрүнүн арасына узундугу диаметрге барабар болгон CF кесиндисин, уландысы A чекити аркылуу өтө тургандай кылып коюу керек.

Бирок бул түзүүнү Архимед да, андан кийинкилер да эки белгиси бар сызгычтын жардамы менен гана түзүүгө болоорун, ал эми эч кандай белгиси жок сызгычтын жана циркулдун жардамы менен түзүүгө мүмкүн эмес деген ойду карманышкан.



7-чийме

Азыр мен 3-чиймени пайдаланып, Архимед сунуш кылган түзүүнү эч кандай белгиси жок сызгыч жана циркульдун жардамы менен кандайча түзүүгө болоорун көргөзөйүн.

Ал үчүн 3-чиймени O1 чекитинин айланасында 180°ка буруп карайлы. Чийме төмөндөгү абалды алат (7-чиймени кара). Мурдагыдай эле белгилөөлөрдү сактоо менен

O3 O1 = R болсун дейли.

3-чийменин 180°ка бурулгандагы абалында O4 O3 түзүнүн (O3;R) айланасы менен кесилишкен экинчи чекитин N десек, ∠O3 O1 O2 =∠ O1 O3 N болот.

Демек 7-чиймеде O2 O1 O3 бурчунун трисекциясы O1 B болот. Ошондой эле BD= O3 D= O3 O1 болгондуктан узундугу радиуска барабар болгон ВД кесиндиси уландысы O1 чекити б.а. бурчтун чокусу аркылуу өткөндөй болуп (O3 R) айланасы менен O3 B түзүнүн арасына кыскарылып коюулуп турат. Ал эми O1 B O3 бурчунун чоңдугу O3 O1 O2 бурчунун чоңдугунун үчтөн бирине барабар, б.а. ∠ O1 B O3 = 1/3 ∠ O2 O1 O3 болуп турат. Биз үчүнчү чиймени ушундайча (O1 чекитинин айланасында 180°ка бурулган абалда) пайдалансак, бурчтун трисекциясын түзүүнүн дагы бир абалын тапкан болобуз. Атап айтканда O1 O3 N бурчунун трисекциясын түзүү үчүн 7-чиймедегидей ага барабар болгон O2 O1 O3 бурчун түзүп, анын трисекциясын түзүп, андан кийин O3 чекитинен ага параллель түз жүргүзүү керек болот.

Пайда болгон O3 B1 шооласы O1 O3 N бурчунун трисекциясы болот.

Ошондой эле 7-чиймедеги O3 чекитине O3B ⊥ F O3 болгондой FO3 түзүн түшүрсөк пайда болгон BO3 F тик бурчтуу үч бурчтугунда D чекити BF гипотенузасынын ортосу болот, демек BF = 2R болот.

Андай болсо, ушул эле чиймеде BO3 жана O3F өз ара перпендикуляр болгон түздөрдүн арасына уландысы O1 чекити аркылуу өткөндөй кылып узундугу диаметрге барабар болгон BF кесиндисин кыстарып койгондугубузду да көрүүгө болот.

Демек Архимед сунуш кылган түзүнү эч кандай белгиси жок эле сызгычтын жана циркульдун жардамы менен ишке ашкандыгын көрдүк.

Ошентип өткөн 2500 жыл аралыгында чечими жок делинип келген бурчтун трисектрисасын сызгыч жана циркульдун жардамы менен түзүү маселеси чечилди. Мындан ары окуу куралдарына чечими бар экендиги жазылып, чечүүнүн жолдору көргөзүлүп, жаңы чечим илим үчүн кызмат кылат деген ишенимим бар.

Ахметов Сапарбай Арзимбаевич
Жалал-Абат областы
Ноокен району Момбеков А.О
Амадалиев Маткалык көчөсү -47
тел. (0773) 11 41 32.
Патент № 1560 30.09.2010 ж.

Циркуль жана сызгычтын жардамы менен кубду эки эселентуу

Геометриянын өнүгүү тарыхында анын өнүгүшүндө маанилүү орунду ээлеген маселер абдан эле көп.

Аларга: кубду, сызгыч жана циркулдун жардамы менен эки эсентүү, бурчтун трисектрисасын түзүү,тегеректин квадратурасы ж.б көптөгөн маселер кирет.

Бул макалада сызгыч жана циркулдун жардамы менен кубду эки эсентүү жөнүндө сөз кылмакчыбыз.

Бул маселенин келип чыгышы жөнүндө төмөндөгүдөй легенда сакталап калган.

Афинада адам өлөт болуп, адамдар четинен кырыла баштаганда кудайга эмне кылууну сураганы элчилерди жиберишет. Алар барып сураганда, кудай аларга алтарды эки эселентип, курмандык чалуу керектигин айтат.

Элчилер барышып келишкенден кийин куб формасындагы алтардын үстүнө дагы бир ошондой кубду курушуп, курмандык чалышат. Өлөт токтобойт.

Айласы кетишип, Платонго кеңешке барышат.

Платон болсо аларга, силердин геометрияны билбегенинер үчүн кудайдын каары келип жатыптыр. Кубду антип эки эселентүүгө болбойт, кандайдыр бир пропорциялаш кесинди таап, ошол аркылуу эки эселентүү керек дейт. Платон айткандай кылгандан кийин гана адам өлөтү токтогон экен.

Бул легендада айтылгандай геометрияны билбегендер кудайдын каарына калаары байыркa гректер үчүн таң калыштуу деле эмес экен.

Практикалык мааниси анчеин болсо да бул маселе математиктердин көңүлүн дайым буруп келген.

Гиппократ Хиосский маселени төмөндөгүдөй кылып чечүүнү сунуш кылган:**a** жана **2a** кесиндилеринин арасынан **x** жана **y** кесиндилерин **a:x=x:y=y:2a** болгондой кылып түзүү керек деген,чындыгында эле жогорудай болсо,

$$\frac{a}{x}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{2a}=\left(\frac{a}{x}\right)^3 \quad \text{жана} \quad \frac{a}{x}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{2a}=\frac{1}{2}$$

б.а $\frac{a^3}{x^3}=\frac{1}{2} \Rightarrow x^3=2a^3$ болот. Андан кийинкилердин дээрлик баарысы ушундай эле жол менен чыгарып келишкен.

Эгерде **2a** туюнтмасын **b** менен алмаштырсак a:x=x:y=y: b болот да

$$\left(\frac{a}{x}\right)^3=\frac{a}{x}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{b}=\left(\frac{y}{b}\right)^3 \text{ анда } x=\sqrt[3]{a^2b},\ y=\sqrt{ab^2}$$

Мындай толкуулоо тик бурчтуу параллелепипеддин көлөмүнө барабар болгон көлөмдөгү кубдун кырын түзүүгө боло тургандыгын көргөзөт.

Биз сөз кылып жаткан маселебизден алыстап кетпеш үчүн бул ойду андан ары өнүктүрбөй токтото туралы.

Түрдүү себептерден бийыркы грециялык математиктер башка аспаптарга караганда циркуль жана сызгычты пайдаланууну эп көрүшкөн.

Александриялык математик Папп “эгерде маселени сызгыч жана циркулдун жардамы менен чыгарууга мүмкүн болсо, башка аспаптарды колдонуу ката болот”, деп жазган.

Байыркы грециялык математиктер сызгыч жана циркулдун жардамы менен кубду эки эселентүү маселесин чыгаруу мүмкүн эмес деп эсептешкен. Бирок мунун далилдөөсүн келтиришкен эмес,кыязы аракет да жасашпагандай.

Кубду эки эселентүү маселесин биринчилерден болуп грециялык математик жана таланттуу аскер башчы Архит Терентский чыгарган.

Ал бул чечимди цилиндрдин, конустун жана тордун кесилишинен алган,ошондуктан аны түзү практикалык жактан өтө татаал болгон.

Андан кийинки чыгаргандардан Менехмдин чыгарганы жогоркуга караганда бир аз жөнөкөй болуп,аны азыркы алгебранын тилине которсо төмөндөгүдөй болот .Эгерде **a** жана **b** кесиндилери берилип a:x=x:y=y: b боло тургандай **x** жана **y** кесиндилерин табуу керек болсо,төмөндөгү теңдемелердин бирин чыгаруу керек болот

$$\begin{cases} x^2=ay \\ y^2=bx \end{cases} \qquad \text{же} \qquad \begin{cases} x^2=ay \\ xy=ab \end{cases}$$

Геометриялык жактан алганда 1-теңдемелер системасы эки параболанын, ал эми экинчи система парабола менен гиперболанын кесилишин түзүүгө келтирилет. Парабола жана гиперболаларды ал мезгилде конустук кесилиштер катары караганын эске алсак, бул түзүүнү аткаруу деле оңойго турбастыгын түшүнүүгө болот.

Жогоруда айтылгандай сызгыч жана циркулдун жардамы менен чыгарууга мүмкүн болбогон соң, көптөгөн окмуштуулар башка аспаптарды, ийри сызыктарды колдонуп чыгаруунун жолдорун табышкан. Мисалы атайын аспаптарды колдонуу менен Эратосфен жана Никомед чыгарышкан.

Ар бир окмуштуунун чыгаруу жолдорун изилдеп чыгуу биздин макала - быздын максатына кирбегендиктен аларга токтолуп отурбайбыз.

Байыркы грек математиктеринен кийин бул маселени чыгаруу боюнча эки гана маанилүү чечим кабыл атынгандыгы белгилүү.

Алардын биринчиси кубду эки эселентүү маселеси бурчтун трисектрисасын түзүү сыяктуу эле кубдук теңдемеге келтириле тургандыгы.

Ал эми экинчиси 1837-жылы француз математиги Петр Лоран Венцель торабынан сызгыч жана циркулдун жардамы менен бул маселелерди чыгаруу мүмкүн эмес экендигин далилдөө болгон.

Байыркы грециялык математиктер эч качан геометриялык маселелерди алгебралык жол менен чыгарышкан эмес. Математиканы алгебралаштыруу XII кылымдан кийин ислам дүйнөсүнүн жана байыркы грек матемaтеринин эмгектерин араб тилинен латын тилине которо баштаган мезгилден башталган.

Р.Декарт 1637 жазган “Геометрия” деген китебинде геометриялык маселелерди кандайча алгебралык теңдемелерге алып келүүнү көргөзгөн.

Ошого байланыштуу көп мүчөлөрдүн тамырларын түзүү маселеси коюлган, Р.Декарт өзү үчүнчү жана төртүнчү даражадагы теңдемелердин тамырларын түзүүнү көргөзгөн.

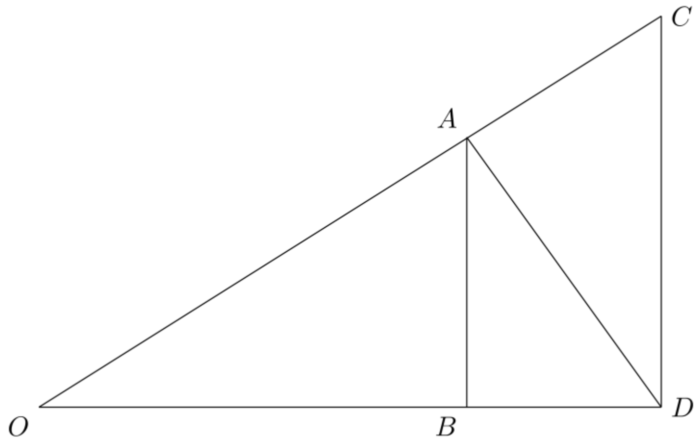
Өзгөчө маанилүү жекече учур катары Р.Декарт бурчтун трисектрисасын түзүү жана кубду эки эселентүү маселесин бөлүп караган.

Р.Декарттын бул эмгеги пайда болгондон бир топ убакыт өткөндөн кийин дээрлик бардык атактуу математиктер теңдемелердин тамырларын түзүүгө кайрылышкан. Мисалы: Ферма, Ньютон, Ван Схоотен, Лапиталь, Лагир, Бернулли, Роль, Крамер, Эйлер жана башкалар.

Биз жогоруда белгилегендей Архит Терентскийдин түзүүсү кабыл алууга өтө кыйын болгондуктан анын өзүн эмес маселени чыгаруу эмнеге негизделгендигин айтып өтөлү.

Мейли **OCD** тик бурчтуу үч бурчтугунда 1-чиймеде көргөзүлгөндөй **DA**$\perp$**OC** жана **AB** $\perp$**OD** болсун.

Мында **A** чекити **OC** жагында ал эми **B** чекити **OD** жагында жаткан чекит.



1-чийме

Анда $\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{OD}{OA}=\dfrac{OA}{OB}$ болот

мындан: **1)** $\dfrac{OC}{OD}\cdot\dfrac{OD}{OA}\cdot\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{OC}{OB}$

2) $\dfrac{OC}{OD}\cdot\dfrac{OD}{OA}\cdot\dfrac{OA}{OB}=\left(\dfrac{OA}{OB}\right)^3$

демек $\dfrac{OC}{OB}=\dfrac{OA^3}{OB^3}$ болот.

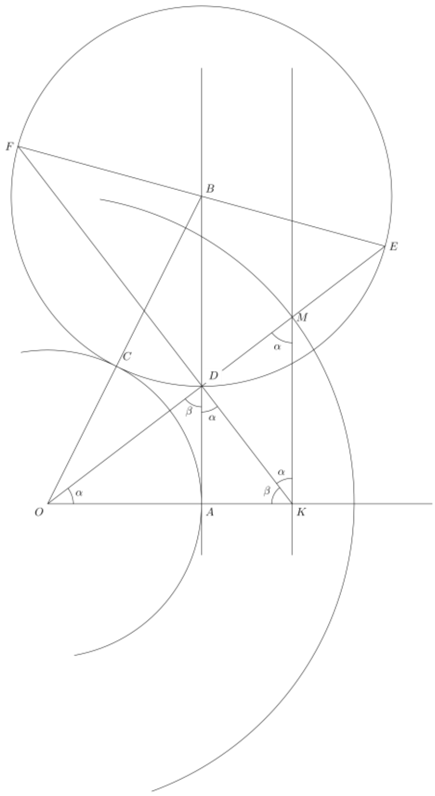
Эгерде **OC=2·OB** болсо, анда $\frac{OA^3}{OB^3}=2$ болот.

демек **OA³=2·OB³** болот. Анда **OB=a** берилген кубдун кыры деп алсак,**OA** берилген кубдан көлөмү эки эсе чон болгон кубдун кыры болот.

Архит Терентский ошол **DA┴OC, AB┴OD** болгондой **OCD** тик бурчтуу үч бурчтугун түзү үчүн цилиндрдин, конустун жана тордун кесилишин пайдаланган экен.

Демек кубду сызгыч жана циркулдун жардамы менен эки эселентүү **DA┴OC** жана **AB┴OD** боло тургандай **OCD** тик бурчтуу үч бурчтугун (мында **A** чекити **OC** жагында, **B** чекити **OD** жагында жатат) түзүүгө келтирилет экен.

Ал үчүн төмөндөгүдөй түзүүлөрдү аткаралы:



2-чийме

Мейли бизге **OA=a** болгон, башкача айтканда кыры **a** болгон куб берилсин
(2-чийме).

1. **OA** кесиндисинин **A** чекитине **BA┴OA** болгондой **BA** перпендикулярын түзөбүз.

2. **BA=2a** болгондой кесинди өлчөп **B** чекитин **AB** түзүнөн белгилейбиз.

3. **O** чекитин **B** чекити менен туташтыруучу **OB** шоолосын жургузобуз.

4. **OB** кесиндисинен **OC=a** болгондой кылып **C** чекитин белгилейбиз да **BC** радиосу боюнча **(B;|BC|)** айланасын жүргүзөбүз.

5. **(0;2a)** айланасын же анын бөлүгүн жүргүзөбүз.

6. **(B;|BC|)** айланасы **AB** перпендикулярын **D** чекитинде кесип өтсүн дейли,**OD** шооласын жүргүзүп,аны **(B;|BC|)** айланасынын экинчи жеринен кесип өткөнгө чейин улантабыз,кесип өткөн чекитти **E** деп белгилейли.

7. OD шооласынын уландысы **(0;2a)** айланасын **M** чекитинде кесип өтсүн дейли,анда **OM=2a** болот. **M** чекитинен **OA** шооласынын уландысына перпендикуляр түшүрөбүз. Перпендикулярдын негизин **K** деп белгилейли,анда **KM || AB** болот.

8. **(B;|BC|)** айланасына **E** чекитинен диаметр жүргүзөлү да диаметрдин экинчи учун **F** тамгасы менен белгилейли.

9. **F** жана **D** чекиттеринен өтүүчү **FD** шооласын жүргүзөлү.

Анда **Δ FDE** тик бурчтуу үч бурчтук болот, себеби **FDE** бурчу диаметерге таянат, **FD** шооласы **K** чекити аркылуу да өтөөрүн далилдейли.

Кыскараак болсун үчүн **DOA** бурчтун α менен ал эми **ODA** бурчтун **β** менен белгилейли, анда **α+β=90°** болот себеби **ODA** үч бурчтугу тик бурчтуу.

Анда $A\hat{D}K=\alpha,$ болот, себеби: **ODK** үч бурчтугу тик бурчтуу (анын $O\hat{D}K=90^\circ$) болгондуктан, тик бурчунун чокусунан гипотенузасына түшүрүлгөн перпендикуляр **DA**, **Δ ODK** ны эки окшош тик-бурчтуу үч бурчтуктарга бөлөт ошондуктан $D\hat{O}A=A\hat{D}K=\alpha$ болот.

Андай болсо $A\hat{K}D=\beta$ болот. Анда $D\hat{K}M=\alpha$ болот, себеби ал биринчиден **β** бурчун тик бурчка толуктап турат, экинчиден **AB || KM** түздөрүн **DK** түзү кесип өткөндө пайда болгон ички кайчылаш бурч катары **ADK** бурчуна барабар болот.

Демек **FD** шооласы **K** чекитинен гана өтөт, эгерде **OA** шооласында жаткан башка чекиттен өтөт деп божомолдосок жогорудагы **α+β=90°** шарты да, **AB||MK** шарты да аткарылмак эмес.

Натыйжада биринчиден жогорудагы түзүүлөрдү сызгыч жана циркулдун гана жардамы менен жүргүздүк. Экинчиден тик бурчтуу үч бурчтук **OMK** да **KD⊥OM** жана **DA⊥OK** боло тургандай (мында **D** чекити **OM** де жатат,ал эми **A** чекити **OK** да жатат) кылып түзө алдык.

Демек $\frac{OM}{OK}=\frac{OK}{AD}=\frac{AD}{OA}$ болот

Мындан: 1. $\frac{OM}{OK}\cdot\frac{OK}{OD}\cdot\frac{OD}{OA}=\frac{OM}{OA}=2$

$$2.\ \frac{OM}{OK}\cdot\frac{OK}{OD}\cdot\frac{OD}{OA}=\left(\frac{OD}{OA}\right)^3$$

Демек **$OD^3=2OA^3$**

Мындан берилген кыры OA=a болгон кубдун көлөмүнөн эки эсе чоң болгон кубдун кыры OD болот.

Мына ошентип жогорудагы далилдөөлөр тастыктагандай биз кубду сызгыч жана циркулдун жардамы менен эки эселенттик.

Менин оюмча ушуну менен 2500 жылга созулган кубду сызгыч жана циркулдун жардамы менен эки эселентүү мүмкүн эмес деген уламышка чекит койдук.

Бул маселени чыгаруу менин бактыма туура келгендигинен абдан ыраазымын.

Бул маселени чыгарууда,практикада пайдаланууда жогорудагыдай көптөгөн түзүүлөрдү аткарып отуруунун кажети эми жоктугун баары эле түшүнсө керек.

Илимий китептерден, окуу куралдарынан бул маселенин чечими жок делинип жүргөн **ак** так алынып салынса болот. Мындан ары ал жөн гана мектеп программаларына кирген маселе болуп кылат.

Балким бул маселенин тарыхына 2500 жылдан кийин Кыргызстандын айыл мектебинин математика мугалими Ахметов Сапарбай Сызгыч жана циркулдун жардамы менен чыгарган деген бир сүйлөм кошулуп жазылаар.

Бул маселенин чыгарылышына 2010-жылы 15 декабрда 1598 номерлүү петент алынган

Ахметов Сапарбай Арзимбаевич
Жалал-Абат областы
Ноокен району Момбеков А.О
Амадалиев Маткалык көчөсү -47
тел. (0773)   11 41 32.
Патент № 1598   15.12.2010 ж.

Адабияттар:

- 1. В.В Прасолов
  “Три классические задачи на построение”   Москва “Наука” 1992 г.
- 2. Г.С.М.Коксетер,С.Л.Грейтцер

"Новые встречи с геометрией" Москва "Наука" 1978 г.

- 3. А.Давыдов
  "Элементарная геометрия" Москва типолитография А.В.Васильева 1900 г.

- 4. Г.П. Матвиевская
  "Рене Декарт " Москва "Просвещение"1987 г.